

Lựa chọn danh mục đầu tư

Một trong các ứng dụng nổi tiếng nhất của mô hình NLP là xác định các khoản đầu trong danh mục vốn đầu tư để giảm rủi ro đến mức thấp nhất và thu được lợi nhuận như mong muốn. Đối với việc đầu tư đơn lẻ thì thước đo mức rủi ro chính là sự biến thiên (phương sai) hoặc độ lệch chuẩn của lợi nhuận trong một số thời đoạn. Do vậy, mục tiêu chính của việc chọn lựa danh mục đầu tư là làm giảm đi (làm trơn) sự biến thiên của lợi nhuận thu về từ danh mục đầu tư bằng cách chọn đầu tư sao cho tổng lợi nhuận thu về có khuynh hướng biến đổi ngược chiều nhau. Vì thế chúng ta nên chọn các khoản đầu tư sao cho chúng có phương sai âm hoặc tương quan nghịch để khi mà một khoản đầu tư thu về lợi nhuận thấp hơn mức lợi nhuận trung bình thì sẽ có một khoản đầu tư khác thu về lợi nhuận cao hơn mức trung bình. Việc này làm cho sự biến thiên lợi nhuận của tập đầu tư nhỏ hơn sự biến thiên của việc đầu tư đơn lẻ.

a. Giới thiệu bài toán

Mr.Okebab là nhà tư vấn tài chính độc lập. Ông ta gặp một khách hàng mới tên là Ms.SG, cô này muốn Mr.Okebab tư vấn để đa dạng hóa tập đầu tư của mình. Ms.SG đã đầu tư một phần vốn vào cổ phiếu **IBC**. Trong **12** năm qua cổ phiếu này có tỉ suất lợi nhuận hàng năm trung bình là **7.64%** với phương sai xấp xỉ **0.0026**. Ms.SG muốn có được nhiều lợi nhuận hơn từ các khoản đầu tư nhưng không muốn bị nhiều rủi ro. Ms.SG nhờ Mr.Okebab tư vấn cho một tập đầu tư sao cho thu về ít nhất lợi nhuận trung bình là **12%** với rủi ro là thấp nhất. Sau khi nghiên cứu, Mr.Okebab xác định được thêm hai loại cổ phiếu mã là **NMC** và **NBS** có thể giúp Ms.SG thu được lợi nhuận mong muốn. Kết quả nghiên cứu tóm tắt như hình dưới đây.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	DANH MỤC ĐẦU TƯ										
2											
3											
4		Lợi nhuận hàng năm				Ma trận hiệp tương quan					
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS		
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440		
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542		
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677		
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%							
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%							
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%							
12	7	6.8%	22.0%	9.3%		B18=AVERAGE(B6:B17)				Sao qua C18:D18	
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17)				Sao qua H6:I6	
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		G7=COVAR(B6:B17,\$C\$6:\$C\$17)				Sao qua H7:I7	
15	10	8.3%	14.0%	19.1%		G8=COVAR(B6:B17,\$D\$6:\$D\$17)				Sao qua H8:I8	
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%							
17	12	10.2%	9.0%	43.0%							
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%							

Số liệu của tập đầu tư

Theo kết quả nghiên cứu, ta thấy rằng cổ phiếu NMC có tỉ suất lợi nhuận trung bình là 13.43% trong 12 năm và cổ phiếu NBS đạt 14.93%. Mr.Okebab dùng hàm Covar() trong Excel để tạo nên ma trận hiệp tương quan (xem hình). Từ ma trận thấy rằng phương sai của tỷ suất lợi nhuận hàng năm của IBC, NMC và NBS lần lượt là 0.00258, 0.00276 và 0.03677. Các phần còn lại trong ma trận cho biết hiệp tương quan giữa các cặp chứng khoán, ví dụ như hiệp tương quan giữa IBC và NMC xấp xỉ 0.00440, giữa NMC và NBS xấp xỉ -0.00542.

Mr.Okebab muốn xác định tỷ lệ đầu tư vào từng loại cổ phiếu nhằm đạt được tỷ lệ lợi nhuận mong muốn là 12% với điều kiện sự biến thiên (phương sai) của tổng lợi nhuận trong tập đầu tư là thấp nhất (rủi ro thấp nhất).

b. Xác định các biến quyết định

Trong bài toán này chúng ta phải xác định tỷ lệ đầu tư vào từng loại cổ phiếu. Vì vậy, để giải quyết bài toán chúng ta cần có ba biến quyết định:

p_1 = tỷ lệ trong tổng tiền đầu tư vào IBC
 p_2 = tỷ lệ trong tổng tiền đầu tư vào NMC
 p_3 = tỷ lệ trong tổng tiền đầu tư vào NBS

Bởi vì các biến này tượng trưng cho các tỷ lệ, do vậy chúng phải lớn hơn 0 và tổng của chúng phải bằng 1 (100%). Lưu ý phải đưa các điều kiện này vào khi giải bài toán.

c. Xác định mục tiêu

Mục tiêu trong bài toán này là tối thiểu hóa rủi ro của danh mục đầu tư dựa vào các trị thống kê phương sai. Một cách tổng quát, phương sai của danh mục đầu tư với n hạn mục đầu tư được xác định bởi công thức sau:

$$\text{Phương sai danh mục đầu tư} = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 p_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \sigma_{ij} p_i p_j$$

Trong đó:

p_i = tỷ lệ của hạn mục đầu tư i trong danh mục đầu tư

σ_i^2 = phương sai của hạn mục đầu tư i

$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ = hiệp tương quan giữa cặp hạn mục đầu tư i và j

Công thức trên tương đương với công thức ở dạng ma trận như sau:

$$\text{Phương sai danh mục đầu tư} = \mathbf{p}^T \mathbf{C} \mathbf{p}$$

Trong đó:

$$\mathbf{p}^T = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$$

$$\mathbf{C} = \text{ma trận hiệp tương quan } n \times n = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

Lưu ý nếu đầu tư hết 100% vốn vào một hạn mục đầu tư i thì phương sai danh mục đầu tư chính là σ_i^2 (chính là phương sai của hạn mục đầu tư đó).

Theo bài toán thì chúng ta có các dữ liệu sau:

$$\begin{array}{lll} \sigma_1^2 = 0.00258 & \sigma_2^2 = 0.00276 & \sigma_3^2 = 0.03677 \\ \sigma_{12} = -0.00025 & \sigma_{13} = 0.00440 & \sigma_{23} = -0.00542 \end{array}$$

Từ đó thế vào công thức trên ta được hàm mục tiêu như sau:

$$\text{MIN: } 0.00258p_1^2 + 0.00276p_2^2 + 0.03677p_3^2 + 2 \times (-0.00025 \times p_1p_2 + 0.0044 \times p_1p_3 - 0.00542 \times p_2p_3)$$

Hàm mục tiêu này không tuyến tính, vì vậy chúng ta phải giải bằng NLP.

d. Xác định các ràng buộc

Chỉ có hai ràng buộc chính cho bài toán này, theo đề bài chúng ta có 3 biến quyết định tượng trưng cho tỷ lệ của các hạn mục đầu tư trong danh mục đầu tư và tổng các tỷ lệ là 100%.

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

Ngoài ra chúng ta cũng cần thêm ràng buộc để tỷ lệ lợi nhuận mong muốn (kỳ vọng) của danh mục đầu tư là 12%.

$$0.074 p_1 + 0.1343 p_2 + 0.1493 p_3 \geq 0.12$$

Các hệ số chính là tỷ suất lợi nhuận trung bình của từng loại cổ phiếu. Ràng buộc trên để đảm bảo rằng tỷ suất lợi nhuận trung bình của tập đầu tư tối thiểu là 12%

Do các biến quyết định là các tỷ lệ nên chúng phải là số dương và tối đa là 1.

$$p_1, p_2, p_3 \geq 0$$

$$p_1, p_2, p_3 \leq 1$$

e. Triển khai mô hình lên bảng tính

Tóm tắt bài toán có các thông tin sau:

$$\text{MIN: } 0.00258p_1^2 + 0.00276p_2^2 + 0.03677p_3^2 + 2 \times (-0.00025 \times p_1p_2 + 0.0044 \times p_1p_3 - 0.00542 \times p_2p_3)$$

Ràng buộc:

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$0.074 p_1 + 0.1343 p_2 + 0.1493 p_3 \geq 0.12$$

$$p_1, p_2, p_3 \geq 0$$

$$p_1, p_2, p_3 \leq 1$$

Trình bày các lên bảng tính như hình bên dưới

- Các ô **G11**, **H11** và **I11** chính là các tỷ lệ đầu tư p_1 , p_2 , p_3 , ta nhập cho chúng các giá trị khởi động bất kỳ ví dụ như nhập vào **G11** là 100%, **H11** là 0% và **I11** là 0%.
- Nhập vào ô **H16** công thức sau:
 $=G6*G11^2+H7*H11^2+I8*I11^2+2*(H6*G11*H11+I6*G11*I11+H8*H11*I11)$
- Để đỡ tốn công nhập công thức trên ta có thể sử dụng hàm Sumproduct (Tính tổng các tính) kết hợp hàm Mmult (nhân ma trận) như sau:
 $=SUMPRODUCT(MMULT(G11:I11,G6:I8),G11:I11)$
- Tương tự tính cho ô lợi nhuận mong muốn tại **H13** bằng hàm Sumproduct như sau:
 $=SUMPRODUCT(B18:D18,G11:I11)$
- Nhập lợi nhuận yêu cầu tại ô **H14** giá trị là 12%

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	DANH MỤC ĐẦU TƯ									
2										
3										
4		Lợi nhuận hàng năm				Ma trận hiệp tương quan				
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%		DM Đầu tư	100.0%	0.0%	0.0%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%						
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ vọng		7.64%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Lợi nhuận yêu cầu		12.00%		
15	10	8.3%	14.0%	19.1%						
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Phương sai DM đầu tư		0.00258		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERAGE(B6:B17)			Sao qua C18:D18		J11=SUM(G11:I11)				
21	G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17)			Sao qua H6:I6		H13=SUMPRODUCT(B18:D18,G11:I11)				
22	G7=COVAR(B6:B17,\$C\$6:\$C\$17)			Sao qua H7:I7		H14=Value				
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$6:\$D\$17)			Sao qua H8:I8		H16=SUMPRODUCT(MMULT(G11:I11,G6:I8),G11:I11)				

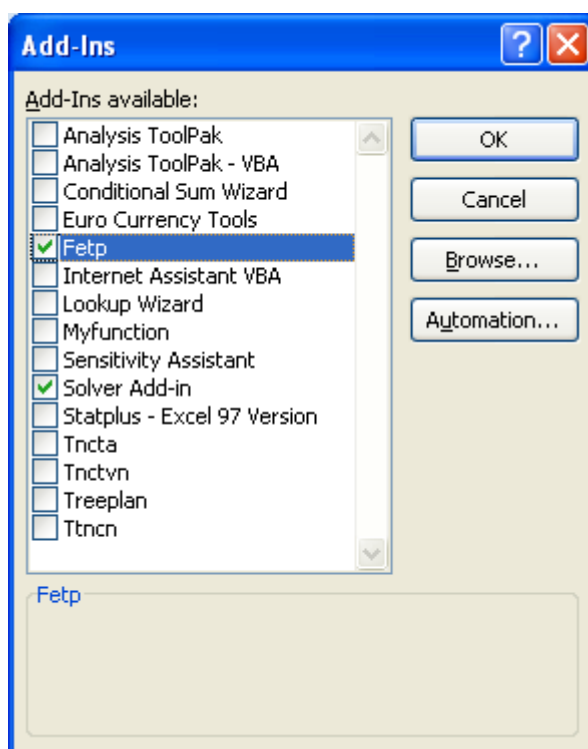
Mô hình bài toán trên bảng tính

Khai báo thông số cho Solver

Add-Ins Solver:

Excel 2007: Chọn **Office** → **Excels Options** → **Add-Ins** → **Go...** → chọn **Sover Add-in** → **OK**

Excel cũ: **Tools** → **Add-Ins** → chọn **Sover Add-in** → **OK**



Hộp thoại Add-Ins

Khai báo:

B1. Chọn ô **H16**

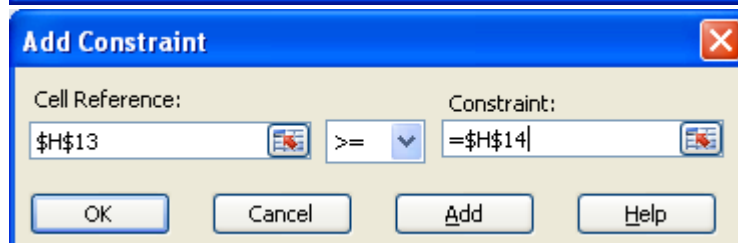
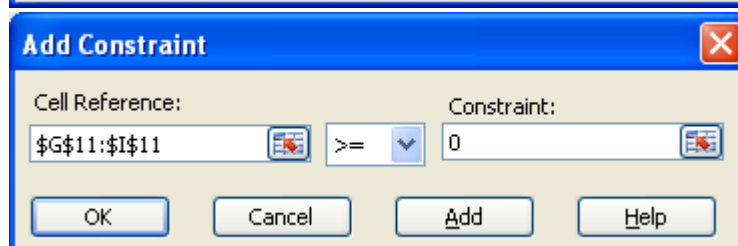
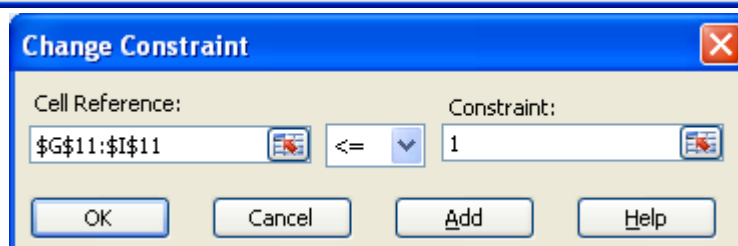
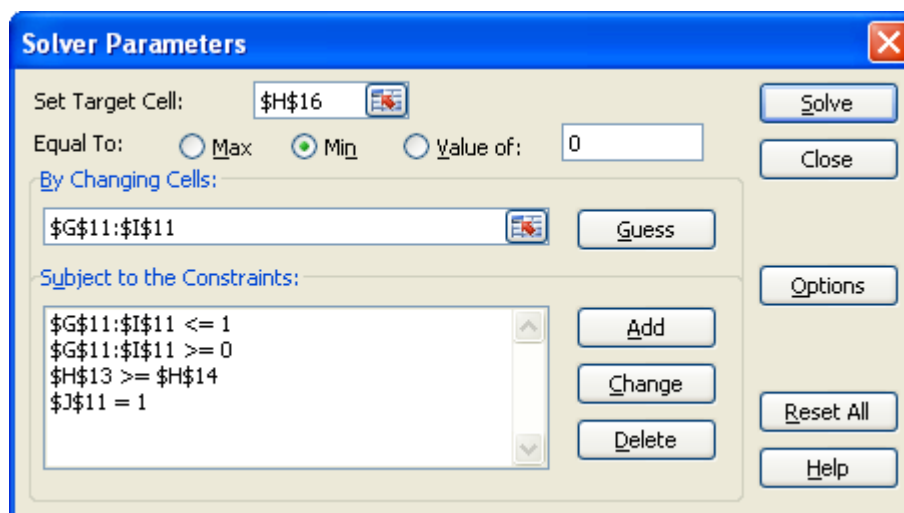
B2. Vào **Ribbon** → **Analysis** → **Solver**. (Các phiên bản Excel cũ vào **Tools** → **Solver**)

B3. Tại **Set Target Cell** chọn ô **H16** (hàm mục tiêu) và tại **Equal To** thì chọn **Min**

B4. Tại **By Changing Cells** chọn **G11:I11** (tỷ lệ các hạn mục đầu tư cần tìm)

B5. Thêm các ràng buộc vào bằng cách nhấn nút **Add**, làm tuần tuần tự cho tất cả các ràng buộc.

Khai báo xong trong hộp thoại **Change Constraint** nếu muốn thêm ràng buộc khác thì nhấn nút **Add** còn kết thúc thì nhấn nút **OK** để trở về hộp thoại **Solver**. (Xem các hình bên dưới)



Add Constraint

Cell Reference: Constraint:

OK Cancel Add Help

Khai báo các thông số và các ràng buộc

B6. Nhấn nút **Solve** để tìm lời giải

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	DANH MỤC ĐẦU TƯ									
2										
3										
4		Lợi nhuận hàng năm				Ma trận hiệp tương quan				
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%		DM Đầu tư	27.2%	63.4%	9.4%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%						
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ vọng		12.00%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Lợi nhuận yêu cầu		12.00%		
15	10	8.3%	14.0%	19.1%						
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Phương sai DM đầu tư		0.00112		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERAGE(B6:B17)			Sao qua C18:D18		J11=SUM(G11:I11)				
21	G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17)			Sao qua H6:I6		H13=SUMPRODUCT(B18:D18,G11:I11)				
22	G7=COVAR(B6:B17,\$C\$6:\$C\$17)			Sao qua H7:I7		H14=Value				
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$6:\$D\$17)			Sao qua H8:I8		H16=SUMPRODUCT(MMULT(G11:I11,G6:I8),G11:I11)				

Kết quả chạy Solver

f. Một số nhận xét

Kết quả cho thấy phương án đầu tư tốt hơn so với việc đầu tư đơn lẻ chính là đầu tư 27.2% tiền vào IBC, đầu tư 63.4% vào NMC và 9.4% vào NBS. Ô H13 cho thấy rằng tập đầu tư này sẽ đạt được mức lợi nhuận mong muốn là 12% và ô H16 cho thấy sự biến thiên của tập đầu tư chỉ là 0.00112 thấp hơn nhiều so với biến thiên của từng cổ phiếu đơn lẻ.

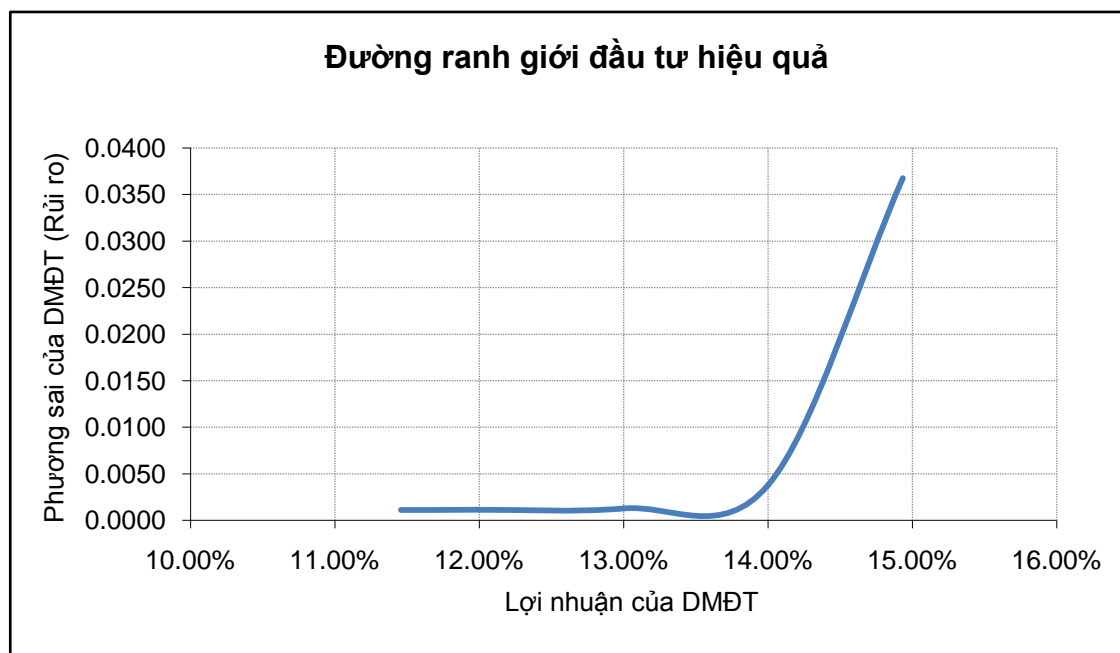
Lời giải cho thấy tập đầu tư này sẽ mang lại lợi nhuận mong muốn cho Ms.SG với rủi ro thấp hơn việc đầu tư của cô ta trước kia và việc đầu tư trước kia là không hiệu quả. Lý thuyết về danh mục đầu tư cho rằng đối với mỗi mức lợi nhuận đầu tư có thể có thì sẽ tồn tại một tập đầu tư cho rủi ro thấp nhất và nếu chúng ta chọn nhầm một tập đầu tư mà có rủi ro cao hơn thì xem như tập đầu tư đó không có hiệu quả. Ngược lại, đối với mỗi mức rủi ro đầu tư thì sẽ tồn tại một tập đầu tư cho lợi nhuận cao nhất và nếu chúng ta chọn nhầm một tập đầu tư cho lợi nhuận thấp hơn thì cũng xem như tập đầu tư đó không có hiệu quả.

Do vậy, dù chúng ta cố gắng giảm thiểu rủi ro để đạt được mức lợi nhuận cho trước hoặc chúng ta tối đa hóa lợi nhuận với một mức rủi ro cho trước thì kết quả thu được vẫn có khả năng là tập đầu tư không hiệu quả. Theo ý này, lời giải từ bài ví dụ trên có khả năng đưa ra tập đầu tư không

hiệu quả vì có khả năng tồn tại một tập đầu tư khác hiệu quả hơn (vì đây là bài toán NLP – không tuyến tính).

Để giải quyết vấn đề trên, giải lại bài toán nhiều lần và tăng mức lợi nhuận kỳ vọng lên trong khi vẫn giữ nguyên mức rủi ro. (Đặt ô H14 thành một số khác cao hơn và tại Equal To nhập vào giá trị tìm được lần đầu tiên tại ô H16).

Để tối ưu sự đánh đổi giữa rủi ro và lợi nhuận cho tập đầu tư, chúng ta nên vẽ biểu đồ như hình bên dưới (từ kết quả thu về của nhiều lần chạy Solver có sự thay đổi rủi ro và mức lợi nhuận). Biểu đồ sẽ minh họa cho chúng ta mức rủi ro thấp nhất cho một mức tỷ suất lợi nhuận thu về nào đó.



g. Giải quyết mâu thuẫn giữa

Chúng ta thấy rằng có sự mâu thuẫn trong các mục tiêu của bài toán lựa chọn danh mục đầu tư trên: giảm thiểu rủi ro (phương sai tập đầu tư) và tối đa hóa lợi nhuận. Các giải quyết mâu thuẫn trên là chúng ta cùng giải tiếp bài toán sau:

MAX: $(1-r)(\text{Lợi nhuận kỳ vọng của tập đầu tư}) - r(\text{Phương sai của tập đầu tư})$

Ràng buộc: $\sum p_i = 1$
 $P_i \geq 0$

Trong đó, p_i chính là tỷ lệ tiền đầu tư vào các hạn mục đầu tư và r là một hằng số giữa 0 và 1 tượng trưng cho khả năng chấp nhận rủi ro của nhà đầu tư. Khi $r=1$ (rủi ro thấp nhất) thì mục tiêu của bài toán lúc này là tập trung làm giảm tối thiểu phương sai của tập đầu tư.

Chúng ta thử giải lại bài toán khi $r=1$, khai báo lại các thông số trên bảng tính như hình sau:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	DANH MỤC ĐẦU TƯ									
2										
3										
4		Lợi nhuận hàng năm				Ma trận hiệp tương quan				
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%		DM Đầu tư	35.96%	56.96%	7.08%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%						
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ vọng		11.46%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Phương sai DM đầu tư		0.0011		
15	10	8.3%	14.0%	19.1%		Khả năng chấp nhận rủi ro		1		
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Mục tiêu		-0.00110		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERAGE(B6:B17)			Sao qua C18:D18		J11=SUM(G11:I11)				
21	G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17)			Sao qua H6:I6		H13=SUMPRODUCT(B18:D18,G11:I11)				
22	G7=COVAR(B6:B17,\$C\$6:\$C\$17)			Sao qua H7:I7		H14=SUMPRODUCT(MMULT(G11:I11,G6:I8),G11:I11)				
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$6:\$D\$17)			Sao qua H8:I8		H15=Value				
24						H16=(1-H15)*H13-H15*H14				

Chỉnh sửa mô hình bài toán

Gọi hộp thoại Solver và tại Set Target Cell chọn ô **H16** và cho tiến tới **Max**, By Change Cells vẫn là các ô **G11:I11** và các ràng buộc như hình dưới, sau đó nhấn nút Solve để xem kết quả.

Solver Parameters

Set Target Cell: [icon]

Equal To: ☒ Max ☐ Min ☐ Value of:

By Changing Cells: [icon]

Subject to the Constraints:

Khai báo thông số cho hộp thoại Solver

Từ kết quả trên, chúng ta thấy rằng khi nhà đầu tư "không thích rủi ro" $r=1$ thì tỷ suất lợi nhuận thu về trong trường hợp này 11.46% khi đó nhà đầu tư sẽ đầu tư 35.96% vào IBC, 56.96% vào NMC và 7.08% vào NBS. Với tập đầu tư này thì phương sai sẽ là 0.00110 thấp hơn phương sai của tập đầu tư xét ở trên.

Tương tự, khi $r=0$ (rủi ro cao nhất) thì mục tiêu lúc này là cực đại lợi nhuận thu về của tập đầu tư. Chúng ta thử giải lại bài toán khi $r=0$, khai báo lại các thông số trên bảng tính như hình sau:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	DANH MỤC ĐẦU TƯ									
2										
3										
4		Lợi nhuận hàng năm				Ma trận hiệp tương quan				
5	Năm	IBC	NMC	NBS			IBC	NMC	NBS	
6	1	11.2%	8.0%	10.9%		IBC	0.00258	-0.00025	0.00440	
7	2	10.8%	9.2%	22.0%		NMC	-0.00025	0.00276	-0.00542	
8	3	11.6%	6.6%	37.9%		NBS	0.00440	-0.00542	0.03677	
9	4	-1.6%	18.5%	-11.8%						
10	5	-4.1%	7.4%	12.9%			IBC	NMC	NBS	Tổng
11	6	8.6%	13.0%	-7.5%	+	DM Đầu tư	0.00%	0.00%	100.00%	100.0%
12	7	6.8%	22.0%	9.3%						
13	8	11.9%	14.0%	48.7%		Lợi nhuận kỳ vọng		14.93%		
14	9	12.0%	20.5%	-1.9%		Phương sai DM đầu tư		0.03677		
15	10	8.3%	14.0%	19.1%		Khả năng chấp nhận rủi ro		0		
16	11	6.0%	19.0%	-3.4%		Mục tiêu		0.14933		
17	12	10.2%	9.0%	43.0%						
18	Trung bình	7.64%	13.43%	14.93%						
19										
20	B18=AVERAGE(B6:B17)			Sao qua C18:D18		J11=SUM(G11:I11)				
21	G6=COVAR(B6:B17,\$B\$6:\$B\$17)			Sao qua H6:I6		H13=SUMPRODUCT(B18:D18,G11:I11)				
22	G7=COVAR(B6:B17,\$C\$6:\$C\$17)			Sao qua H7:I7		H14=SUMPRODUCT(MMULT(G11:I11,G6:I8),G11:I11)				
23	G8=COVAR(B6:B17,\$D\$6:\$D\$17)			Sao qua H8:I8		H15=Value				
24						H16=(1-H15)*H13-H15*H14				

Sửa lại giá trị ô **H15** thành số **0** và chạy lại Solver, kết quả cho thấy nhà đầu tư sẽ đầu tư 100% vốn vào cổ phiếu NBS vì khi đó thu được lợi nhuận lớn nhất.

Đối với trường hợp giá trị $0 < r < 1$ thì Solver sẽ cố gắng tìm kiếm lời giải sao cho lợi nhuận thu về là lớn nhất có thể và phương sai của tập đầu tư là nhỏ nhất có thể được. Khi r càng tiến về 1 thì rủi ro càng giảm, điều này phù hợp cho những nhà đầu tư không thích rủi ro. Tóm lại, đây là bài toán đánh đổi giữa lợi nhuận thu về và rủi ro phải chịu của nhà đầu tư, nếu bạn là người thích an toàn thì hãy chọn r là một con số gần với số 1 và ngược lại bạn thích đầu tư mạo hiểm thì hãy cho r gần với số 0, sự lựa chọn và quyết định đúng đắn sẽ mang bạn đến thành công.